

# 华北地区强震复发的概率分布

平建军 胡新亮

(河北省地震局)

## 摘 要

本文利用华北地区6级以上历史地震资料,通过贝叶斯(Bayes)公式<sup>[1]</sup>的计算,给出了该地区未来强震发生的概率分布,可供地震监测预报人员参考。

## 一、引 言

近几年来,随着人们对地震预报的不断深入研究,一些概率公式被移植用于估计地震活动趋势。本文试用贝叶斯求逆概率方法,对华北地区未来强震活动的概率进行了计算,主要内容为:(1)划分最新地震活动期,从中挑选随机地震样本。(2)由地震样本在其最新地震活动期中的活动特点,给出该地区今后一个最大发震预测时间 $T$ 。(3)将 $T$ 划分为若干个连续的时间间隔档次,然后运用贝叶斯公式计算各时间间隔档次内,未来强震发生的后验概率 $P(\tau_i/E)$ 。(4)对各 $P(\tau_i/E)$ 作累加变换,根据最小二乘拟合原理,求得连续型概率累布函数 $F(t)$ ,据此得到华北地区未来强震复发的概率分布图。

## 二、贝叶斯公式的应用

假定某地区发生的地震(本文系指 $M \geq 6$ 级地震,下同)为随机事件,记为 $E$ ,则每次地震的发生总有一个事先不能预知的参数伴随产生,这个具有偶然性的参数,即为此次地震与前次地震相间隔的时间 $\Delta t$ ,显然它也具有随机性。如果我们能够通过一种途径,例如和上一个活跃期类比的方法,或者周期分析的方法,合理地设想该地区在一次地震后的 $T$ 时间内,仍将有一个地震再次发生,那么可按照一定规则将 $T$ 依次分为连续的 $K$ 个时间间隔档次,形成一个时间间隔序列 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$ ,则 $T$ 时间内将发生的这次地震事件 $E$ ,必然会落在某一时间间隔档次 $\tau_i$ ( $i=1, 2, \dots, k$ , 下同)内,由概率的加法和乘法法则得:

$$P(E) = \sum_{i=1}^k p(\tau_i) \cdot p(E/\tau_i) \quad (1)$$

其中各 $\tau_i$ 需满足两个基本条件:

1、各 $\tau_i$ 互不相容

$$2、\sum_{i=1}^k P(\tau_i) = 1$$

(1) 式中  $P(\tau_i)$  称为  $\tau_i$  的先验概率,  $P(E/\tau_i)$  是已知  $\tau_i$  “出现”的条件下地震发生的条件概率。 $P(\tau_i)$  是根据实际情况或随机事件  $E$  的性质, 在震前事先给定的。然而我们关心的是该地区的未来强震, 在各  $\tau_i$  中所可能发生的确切概率  $P(\tau_i/E)$  是多少? 据概率乘法定则有:

$$P(E) \cdot P(\tau_i/E) = P(\tau_i) \cdot P(E/\tau_i)$$

顾及(1)式则:

$$P(\tau_i/E) = \frac{P(\tau_i) \cdot P(E/\tau_i)}{\sum_{i=1}^k P(\tau_i) \cdot P(E/\tau_i)} \quad (2)$$

(2) 式即为我们所要引用的贝叶斯公式, 式中分母应大于零。

### 三、华北地区未来强震复发的概率计算及分布

按照上述原理, 我们对华北地区发震概率进行计算。首先在文献〔2〕划分的全国主要地震带基础上, 圈定出了华北地区的研究区域。其地理位置如图1所示。

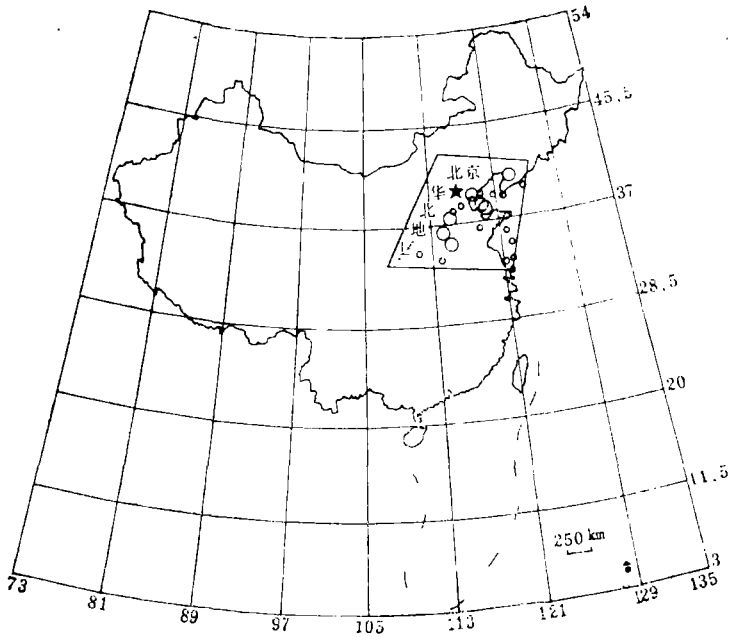


图1 华北地区地理位置

#### 1、随机地震样本的选取

为使公式(2)计算的结果, 能真实反映现今华北地区的地震活动水平, 需重新划

分其最新地震活动期，以选取适当期限的地震资料。划分活动期的步骤是：先从地震目录中 $10^{\circ}-110^{\circ}$ 挑选华北地区有史以来的6级以上地震，依照时序画出地震时间分布图（图2），然后根据地震时间分布图，以距今最近的地震活动密集时段，作为该地区的最新地震活动期。按上述方法分出的华北地区最新地震活动期为1815年一至今，地震样本即从这一最新地震活动期中选出。

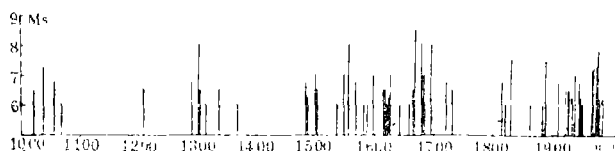


图2 华北地区地震时间分布图

大量震例表明，强震不是孤立地发生的，它总是由一些大小不等的前震或余震，构成一个地震序列。假若华北地区发生的若干个6级以上地震，它们之间是前一主震、或主一余震、或双震的关系，那么将它们视为各自独立的地震事件，显然是不合适的，因此必须对以上选得的地震样本进行筛选，以剔除与主事件密切相关的地震，确保地震样本的独立性。这里，我们依据加德纳（Gardner）和诺波夫（Knopoff）给出的鉴别相关地震指标一表1<sup>[7]</sup>，对以上初选的华北地区时序排列的地震样本进行了处理，具体做法为：将第一个地震样本作为基准，据其震级从表1查取LL和TT，然后对其后面的每一地震样本，计算与之相隔的震中距和相隔的时间，当计算的震中距和相隔的时间均小于或等于LL和TT，则表示两次地震相关，这时就去掉震级较小的地震样本（若震级相同，就去掉后一地震样本），剩余的地震样本重新排序，重复上述步骤；如果第一个地震样本与其后面的地震样本皆不存在相关关系，则将其从初选的地震样本中挑选出来，然后再将第二个地震样本作为基准，重复上述步骤。这样经地震样本反复处理后，挑选出的华北地区的地震样本总数N为22个，最后一个地震样本的发震时间为1984年5月21日。

表1 鉴别相关地震的指标表

震级 ( $M_s$ )	距震LL (公里)	时间TT (天)
6.0	54	510
6.5	61	730
7.0	70	915
7.5	81	1160
8.0	94	1335

## 2、最大发震预测时间T的确定

对华北地区N个时序排列的地震样本，依照它们的前后顺序，逐一计算每相邻的两个地震所间隔的时间 $\Delta t$ ，共可得N-1个 $\Delta t$ ，从中选取数值最大的 $\Delta t_{max}$ 。因这一数值是该地区在很长时间内，由多个地震样本，所统计出的两次地震相隔的最长时间，所以我们若再取 $T = \Delta t_{max} + \frac{1}{2} \Delta t_{max}$ （四舍五入取整数）作为该地区最后一个地震样本后

的未来必然发震时间，则不仅使我们对该地区最新地震活动期的延续估计具有一定客观

实际意义,同时也进一步提高了 $T$ 的可靠性。依上所述华北地区选出的 $T$ 的数值是43年。

### 3、先验概率 $P(\tau_i)$ 的确定

我们取1年为时间间隔单位,对华北地区最大发震预测时间 $T$ 进行划分,即为:  
 $0 < \tau_1 \leq 1, 1 < \tau_2 \leq 2 \cdots \cdots T-1 < \tau_k \leq T$  (单位年),共有 $K=T$ 个时间间隔档次。

我们知道,在时间域 $T$ 中,各先验概率 $P(\tau_i)$ 的真值,震前是难以确定的,为此我们假定它服从均匀概率分布。因各时间间隔档次的时间长度相等,且为离散分隔的,所以各个时间间隔档次的先验率 $P(\tau_i)$ 是相等的,均为 $\frac{1}{T}$ ,由此可知我们已满足了公式(1)的两个约束条件,同时公式(2)还可简化为:

$$P(\tau_i/E) = \frac{P(E/\tau_i)}{\sum_{i=1}^k P(E/\tau_i)} \quad (3)$$

### 4、条件概率 $P(E/\tau_i)$ 的计算

华北地区各时间间隔档次内地震出现的条件概率,可通过该地区已有的 $N$ 个地震样本来估求。

先按照地震样本的时序,从第二个地震起,据每一地震与其前次地震的间隔时间 $\Delta t$ ,将其划分到相应的时间间隔档次 $\tau_i$ 内,然后,对每个 $\tau_i$ 累加其内的地震个数 $n_i$ ,依此得到各 $\tau_i$ 内的地震个数 $n_i$ (见表2)。

假如我们将 $\tau_i$ 内所累加的地震个数 $n_i$ ,看作为由 $N$ 个地震样本在 $\tau_i$ 内做 $N-1$ 次(第一个地震样本已被用作描述第二个地震样本随机性的参照标准,故应除外)重复随机贝努里(Bernoulli)实验所得的结果,则在 $\tau_i$ 内地震出现的条件概率,可用贝努里分布表示为:

$$P(E/\tau_i) = \sum_{x=1}^{n_i} C_{N-1}^x \cdot P^x \cdot (1-P)^{N-1-x} \quad (4)$$

式中 $P$ 为每次地震在 $\tau_i$ 内所可能发生的概率,在此我们取 $P = \frac{1}{T}$ 。将华北地区的 $N$ 、 $T$ 、

$n_i$ 代入(4)式,即得该地区各时间间隔档次内地震条件概率 $P(E/\tau_i)$ ,见表2。

### 5、后验概率 $P(\tau_i/E)$ 的计算

将各 $P(E/\tau_i)$ 代入(3)式,即得到华北地区不同时间间隔档次内的地震后验概率 $P(\tau_i/E)$ 值,见表2。

### 6、连续型概率累布函数 $F(t)$ 的求取

有了上述计算结果,我们就可求取华北地区未来强震复发的连续型概率累布函数 $F(t)$ 了,方法是:

1)对表2中各 $P(\tau_i/E)$ 作累加变换,即:

$$F(t) = \sum_{i=1}^t P(\tau_i/E), \quad i \text{ 满足 } \tau_i \leq t$$

表2 华北地区强震复发概率计算过程一览表

项 目 时间 间隔档次	$n_i$	$P(E/\tau_i)$	$P(\tau_i/E)$	$F(t)$		项 目 时间 间隔档次	$n_i$	$P(E/\tau_i)$	$P(\tau_i/E)$	$F(t)$	
				$t$ (年)	$\sum_{i=1}^t P(\tau_i/E)$					$t$ (年)	$\sum_{i=1}^t P(\tau_i/E)$
$0 < \tau_1 < 1$	3	0.389	0.100	1	0.100	$22 < \tau_{23} < 23$				23	0.922
$1 < \tau_2 < 2$	2	0.378	0.097	2	0.197	$23 < \tau_{24} < 24$				24	0.922
$2 < \tau_3 < 3$	2	0.378	0.097	3	0.294	$24 < \tau_{25} < 25$				25	0.922
$3 < \tau_4 < 4$				4	0.294	$25 < \tau_{26} < 26$				26	0.922
$4 < \tau_5 < 5$	3	0.389	0.100	5	0.394	$26 < \tau_{27} < 27$				27	0.922
$5 < \tau_6 < 6$	3	0.389	0.100	6	0.494	$27 < \tau_{28} < 28$				28	0.922
$6 < \tau_7 < 7$				7	0.494	$28 < \tau_{29} < 29$				29	0.922
$7 < \tau_8 < 8$	2	0.378	0.097	8	0.591	$29 < \tau_{30} < 30$				30	0.922
$8 < \tau_9 < 9$				6	0.591	$30 < \tau_{31} < 31$				31	0.922
$9 < \tau_{10} < 10$	1	0.305	0.078	10	0.669	$31 < \tau_{32} < 32$	1	0.305	0.078	32	1.000
$10 < \tau_{11} < 11$				11	0.669	$32 < \tau_{33} < 33$				33	1.000
$11 < \tau_{12} < 12$	1	0.305	0.078	12	0.747	$33 < \tau_{34} < 34$				34	1.000
$12 < \tau_{13} < 13$				13	0.747	$34 < \tau_{35} < 35$				35	1.000
$13 < \tau_{14} < 14$				14	0.747	$35 < \tau_{36} < 36$				36	1.000
$14 < \tau_{15} < 15$				15	0.747	$36 < \tau_{37} < 37$				37	1.000
$15 < \tau_{16} < 16$				16	0.747	$37 < \tau_{38} < 38$				38	1.000
$16 < \tau_{17} < 17$				17	0.747	$38 < \tau_{39} < 39$				39	1.000
$17 < \tau_{18} < 18$	1	0.305	0.078	18	0.825	$39 < \tau_{40} < 40$				40	1.000
$18 < \tau_{19} < 19$				19	0.825	$40 < \tau_{41} < 41$				41	1.000
$19 < \tau_{20} < 20$				20	0.825	$41 < \tau_{42} < 42$				42	1.000
$21 < \tau_{21} < 21$				21	0.825	$42 < \tau_{43} < 43$				43	1.000
$21 < \tau_{22} < 22$	2	0.378	0.097	22	0.922						

注：时间间隔单位年

得到 $t=1, 2, \dots, T$ 年的一系列新的概率累加数值, 见表2。据此画出华北地区离散型概率累布函数图(图3)。

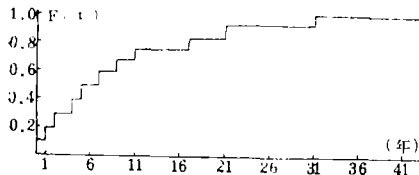


图3 华北地区离散型概率累布函数图

2) 从图3可以看出 $F(t)$ 随着 $t$ 的增加, 呈对数变化趋势, 另外还可看到图3曲线阶跃、不平滑, 为改变这一缺陷, 我们对其进行拟合, 拟合的方程式如下

$$F(t) = a + b \ln(t) \quad (t=1, 2, \dots, T) \quad (5)$$

由表2中各 $F(t)$ 及 $t$ 的数值, 通过(5)式按最小二乘拟合运算, 得 $a = 1.25 \times 10^{-2}$ ,  $b = 0.274$ , 相关系数 $R = 0.9896$ , 于是(5)式变为

$$F(t) = 1.25 \times 10^{-2} + 0.274 \ln(t) \quad (6)$$

3) 前文中我们已取 $T = 43$ 年作为华北地区最大发震预测时间, 然而当其代入(6)式后得出的 $F(43)$ 不是1, 而是1.042, 这一差别是由于拟合误差所致, 因此必须对(6)式进行归一化处理。即:  $a' = a + 1.042$ ,  $b' = b + 1.042$ , 则(6)式变为

$$F(t) = a' + b' \ln(t) = 1.20 \times 10^{-2} + 0.263 \ln(t) \quad (7)$$

此式即为华北地区未来发震概率的计算公式。据(7)式点出华北地区强震复发概率分布图, 见图4。

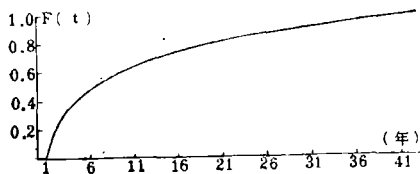


图4 华北地区强震复发概率分布图

将 $t=5, 10, 20$ 年分别代入(7)式, 得出的 $F(t)$ 各为0.435、0.617、0.799, 这就是说, 华北地区最后一次地震样本的发震时间为1984年5月21日, 那么未来5年内该地区再次发生强震的概率为0.435, 10年内发生强震概率为0.617, 20年内发生强震概率变为0.799。需要指出的是: 因在计算后验概率时, 去掉了相关地震样本, 故用(7)式求得的预测概率值 $F(t)$ , 不表示与华北地区最后一次地震样本在相关条件约束之内所发震的可能性。

#### 四、问题与讨论

贝叶斯公式用于地震复发概率的计算, 优点是得出的发震概率值不是固定不变的,

当所研究地区再次发生地震时,各个 $P(\tau_i/E)$ 就随之调整,具有逐渐趋向期望值的“动态性”,因而在应用上显得灵活。但目前这种方法同其它概率公式一样,在具体使用上还存在某些局限性,如地震样本数目多少适宜,公式参数如何合理确定,这些都需要随着地震样本的累积和实践经验的不断丰富,而更加完善。

本文承蒙罗兰格同志指导,特此致谢。

(1983年6月13日收到初稿)

### 参 考 文 献

- [1] 何灿芝, 概率统计学习指导, 湖南科学技术出版社, 1984.
- [2] 胡新亮等, 从地震活动标度看我国主要地震带的划分, 四川地震, 1938.
- [3] 顾功叙等, 中国地震目录(公元前1821年—公元1969年), 科学出版社, 1983.
- [4] 顾功叙等, 中国地震目录(公元1970—1979年), 地震出版社, 1983.
- [5] 中国科学院地球物理研究所, 中国地震台观测报告(1980—1982年), 地震出版社.
- [6] 国家地震局地球物理研究所, 中国地震台临时报告(1983—1988年), 地震出版社.
- [7] J.K.Gardner and L.Knopoff, Is the sequence of Earthquakes in Southern California, With Aftershocks Removed, Poissonian?, BSSA, Vol. 64, No. 5, 1974.

## THE PROBABILITY DISTRIBUTION OF STRONG EARTHQUAK RECURRENCE IN NORTH CHINA AREA

Ping Jianjun Hu Xinliang

(Seismological Bureau of Hebei Province)

### Abstract

In this paper, the probability distribution of the future strong earthquake occurrence in North China area is presented by using the historical earthquakes ( $M \geq 6$ ) data in this area and through Bayes formula calculation, which can provide a reference for the people for earthquake monitoring and prediction.