

Pg 回折波的上地壳三维层析成像*

赖晓玲 张先康 杨玉春 杨 健

(国家地震局地球物理勘探中心, 郑州 450003)

摘 要 提出利用人工地震 Pg 回折波走时重建区域上地壳三维速度分布的方法。正问题利用经典最小二乘迭代求解垂向速度梯度模型的参数值及相应走时残差。反问题采用泛函空间的最小二乘准则来实现。对速度不需要预先进行参数化处理, 可以计算反演区内任意点的速度值。数值计算结果表明了该方法的可靠性。处理了滦县地震区人工地震 Pg 走时资料, 获得了该区上地壳顶部的三维速度分布。

主题词: 走时残差; P 波; 三维地震波解释

0 引 言

对三维速度的研究通常是事先将速度参数化, 也就是分块处理。由于参数化过程是人为的, 不同的参数化过程将对反演解有不同的影响。近年来, 利用不分块的方式研究地下三维速度结构的方法得到了发展。A. Tarantola 及 A. Nercession 等人利用广义最小二乘原理研究了利用一组离散的数据资料, 反演一个连续的模型参数的方法, 并将该方法用于人工地震 PmP 反射资料, 选择均匀层速度作为正演模型, 获得了法国中部 Mont Dore 火山区的三维速度结构^[1,2,3]。

本文考虑利用 Pg 回折波走时资料反演上地壳三维速度结构。选择垂向速度梯度层作为正演模型, 利用最小二乘迭代求解相应的模型参数和走时残差得到正问题的解。然后利用 A. Tarantola 等人提出的反演方法求解反问题。在解反问题时, 因为回折波的射线路径是弧型, 将沿射线路径的单积分和重积分投影到 Z 轴并进行一定的公式化处理, 选择合理的积分方式, 即可从一组离散的 Pg 走时资料, 获得反演区内任意点的速度值。

1 正问题

假设速度 V 是深度 Z 的函数, 并满足:

$$V(Z) = V_0 (1 + \beta z) \quad (1)$$

Pg 回折波的走时可以写成:

$$t = 2 \int_0^{z_m} \frac{dz}{v (1 - \rho^2 v^2)^{1/2}} \quad (2)$$

积分后得:

* 国家地震局地球物理勘探中心科技论著 RCEG96020

$$t = \frac{2}{V_o\beta} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{1+\cos\alpha_0}{1-\cos\alpha_0} - \frac{1}{2} \ln \frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha} \right) \quad (3)$$

在射线的最低点有 $\alpha = \pi/2$, 则:

$$t = \frac{2}{V_o\beta} \ln \left(\text{ctg} \frac{i_0}{2} \right) \quad (4)$$

因射线轨迹是圆弧, 炮点至台站的距离为:

$$x = \frac{2}{\beta} \text{ctgi}_0 \quad (5)$$

利用 (5) 式消去 (4) 式中 $\text{ctg} (i_0/2)$ 得到时—距关系式:

$$t = \frac{2}{V_o\beta} \text{sh}^{-1} \left(\frac{\beta x}{2} \right) \quad (6)$$

令 $a = 2/(V_o\beta)$, $b = \beta/2$, 则 (6) 可以写成:

$$t = a \text{sh}^{-1} (bx) \quad (7)$$

式中: t 是走时, x 是台站至炮点的距离, a , b 可以用经典最小二乘得到。

这里, 走时残差可以考虑为区域慢度场的扰动引起的, 其表达式:

$$\delta_{ij} = t_{ij} - a \text{sh}^{-1} (bx_{ij}) \quad i=1, N_s, j=1, N_t \quad (8)$$

δ_{ij} 是第 i 个台站第 j 炮的走时残差, t_{ij} 是它的 Pg 观测走时, x_{ij} 是相应台站至炮点的距离, N_s 是台站数, N_t 是炮点数。

假设慢度的空间分布为 $n(r)$, 走时可以写成:

$$t = g(n) \quad (9)$$

令 g 的微算子为 G , 当慢度的扰动很小时, 即 $\delta n \ll n$ 时由费马原理得知, 由射线路径改变而引起的走时改变是更高一阶小量, 可以被忽略。因此得到:

$$\delta t = G \delta n \quad (10)$$

(10) 式给出了正问题的解。

2 反问题

这里的反问题是利用 (10) 式给出的观测走时残差 δt^{obs} , 寻找反演区内一个连续的 δn , 目标泛函是使得

$$S(\delta n) = 0.5 \{ [\delta t^{\text{true}} - \delta t^{\text{obs}}]^T C_T^{-1} (\delta t^{\text{true}} - \delta t^{\text{obs}}) + S n^T C_n^{-1} \delta n \} \quad (11)$$

为最小^[4]。相应的广义最小二乘解为^[2]:

$$\delta n = C_n G^T (C_T + G C_n G^T)^{-1} \delta t^{\text{obs}} \quad (12)$$

$$\text{令: } W_i = \sum_j (S^{-1})_{ij} \delta t_j^{\text{obs}} \quad (13)$$

$$S_{ij} = (C_t)_{ij} + \int ds_i \int ds_j C_n(r_i, r_j) \quad (14)$$

$$\text{则: } \delta n(r) = \sum_i W_i \int ds_i C_n(r, r_i) \quad (15)$$

$$C_n(r, r') = \sum_i \sum_j \int ds_i \int ds_j C_n(r, r_i) (S^{-1})_{ij} C_n(r_j, r') \quad (16)$$

$$\text{其中: } (C_t)_{ij} = \sigma_i^2 \delta_{ij} \quad (17)$$

是数据空间协方差, 当 $i=j$ 时 δ_{ij} 取值为 1, 当 $i \neq j$ 时 δ_{ij} 取值为 0, σ_i 为标准偏差。

$$C_n(r_i, r_j) = \sigma_n^2 \exp \left\{ \frac{(r_i - r_j)^2}{-2L^2} \right\} \quad (18)$$

为模型空间平滑算子, L 为平滑长度, σ_n 为标准偏差。

对数据空间协方差取对角阵, 表示数据空间离散点的误差是独立的, 而模型空间协方差取高斯型并通过 L 的长度来平滑连续模型。(15) 和 (16) 式分别为反演解和分辨率的计算表达式。

3 反问题中积分的计算

(15) 和 (16) 式中需要计算沿着射线路径的单积分和重积分。在这里射线路径是弧型的。

在以炮点为坐标源点的坐标系中, 回折波的射线方程可表示为^[15]:

$$f(x', y', z') = \frac{1}{\beta \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{\beta \sin \alpha} [1 - \sin^2 \alpha (1 + \beta z')^2]^{1/2} \quad (19)$$

α 为射线入射角, β 为速度梯度。

我们的问题要求在整个反演区采用统一的坐标系, 进行坐标变换后得到:

$$\begin{cases} x = f(x', y', z') \cos \theta + g \\ y = f(x', y', z') \sin \theta + h \\ z = z' \end{cases} \quad (20)$$

θ 为坐标旋转角, g, h 为坐标平移长度。

在笛卡尔坐标系中弧长:

$$ds = ([dx/dz]^2 + [dy/dz]^2 + 1)^{1/2} dz \quad (21)$$

将 (19) 和 (20) 式代入 (21) 式得:

$$ds = \frac{1}{(1 - \sin^2 \alpha (1 + \beta z)^2)^{1/2}} dz \quad (22)$$

利用 (22) 式可以把反问题中对弧长 ds 的积分, 改变为对 dz 的积分。

按本文约定, 模型空间平滑算子表示为:

$$C_n(r, r_i) = \sigma_n^2 \exp \left(\frac{(r - r_i)^2}{-2L^2} \right) \quad (23)$$

r 为空间任意点, 考虑 r_0 点则:

$$(r_0 - r_i)^2 = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (Z_i - z_0)^2 \quad (24)$$

将 (19), (20) 式代入 (24) 式得:

$$(r_0 - r_i) = Az_i + B [1 - \sin^2 \alpha (1 + \beta z_i)^2]^{1/2} + C \quad (25)$$

式中: $A = -2(z_0 + 1/\beta)$

$$Kk = (g - x_0) \cos \theta_i + (h - y_0) \sin \theta_i$$

$$B = \frac{-2}{\beta \sin \alpha} \left(k k + \frac{1}{\beta \operatorname{tg} \alpha} \right)$$

$$C = (g - x_0)^2 + (h - y_0)^2 + z_0^2 + \frac{2}{\beta^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{2kk}{\beta \operatorname{tg} \alpha}$$

利用 (22) 和 (25) 式将反问题中单积分表示为:

$$\int ds_i C_n(r_o, r_i) = \sigma_n^2 \exp\left(\frac{-C}{2L^2}\right) \int \exp\left\{-[A z_i + B(1 - \sin^2 \alpha (1 + \beta z_i)^2)^{1/2}] / (2L^2)\right\} \cdot \frac{1}{[1 - \sin^2 \alpha (1 + \beta z_i)^2]^{1/2}} dz_i \quad (26)$$

同理, 对重积分的计算也以此类推得:

$$(r_i - r_j)^2 = AM_i^{1/2} + BM_j^{1/2} + D(M_i M_j)^{1/2} + C - 2Z_i Z_j - 2Z_i / \beta - 2Z_j / \beta \quad (27)$$

式中: $M_i = 1 - \sin^2 \alpha_i (1 + \beta z_i)^2$

$$M_j = 1 - \sin^2 \alpha_j (1 + \beta z_j)^2$$

$$k_i = (h_i - h_j) \sin \theta_i + (g_i - g_j) \cos \theta_i$$

$$k_j = (h_i - h_j) \sin \theta_j + (g_i - g_j) \cos \theta_j$$

$$A = \frac{-2}{\beta_i \sin \alpha_i} \left[\frac{1}{\beta_i \tan \alpha_i} - \frac{\cos(\theta_i - \theta_j)}{\beta_j \tan \alpha_j} + K_i \right]$$

$$B = \frac{-2}{\beta_j \sin \alpha_j} \left[\frac{1}{\beta_j \tan \alpha_j} - \frac{\cos(\theta_i - \theta_j)}{\beta_i \tan \alpha_i} - K_j \right]$$

$$C = \frac{2}{\beta_i^2 \tan^2 \alpha_i} + \frac{2}{\beta_j^2 \tan^2 \alpha_j} + (h_i - h_j)^2 + (g_i - g_j)^2 - \frac{2 \cos(\theta_i - \theta_j)}{\beta_i \beta_j \tan \alpha_i \tan \alpha_j} + \frac{2K_i}{\beta_i \tan \alpha_i} - \frac{2K_j}{\beta_j \tan \alpha_j}$$

$$D = -\frac{2 \cos(\theta_i - \theta_j)}{\beta_i \beta_j \sin \alpha_i \sin \alpha_j}$$

$$\iint C_n(r_i, r_j) ds_i ds_j = \sigma_n^2 \iint \exp\left[\frac{-1}{2L^2} \left(\frac{-2Z_i}{\beta_i} - \frac{2Z_j}{\beta_j} + AM_i^{1/2} + BM_j^{1/2} + D(M_i M_j)^{1/2} - 2z_i z_j + C\right)\right] \cdot \frac{1}{(M_i M_j)^{1/2}} dz_i dz_j \quad (28)$$

(26) 和 (28) 式分别是计算单积分和重积分的表达式。在程序中是采用数值积分来实现。图 1 给出了程序流程图。对 (13) 式中 S 矩阵的求逆是用解大型稀疏对称正定方程组代替。计算结果以慢度的扰动值表示, 为了便于作图, 最好选择各个平面或截面, 按一定的行、列间隔计算反演点。

4 数值计算实例

这里给出一个 49 台站, 4 炮的数值计算结果。图 2 是观测系统, 台站由中间十字表示的区域 7×7 个台站的方阵组成, 各台站之间距离为 1.5km, 炮点在外框对称的 4 个方位用空心方块表示。接收方式为对各个炮点全部台站都有记录, 共有 49×4 条射线参加反演, 反演区在台站的下方 10×10 平方公里的范围。反演区内有三个半径为 2km 的扰动球, 球心在 $z = 2$ km 的深度。其中有两个扰动球为正扰动体, 一个为负扰动体, 取 $L = 0.5$, $\sigma_n = 0.1$ 秒/km, $\sigma_t = 0.1$ 秒。图 3-1, 3-2 给出了在 $z = 2.0$ km, $(x-y)$ 平面的真模型和反演成象情况, 图 3-1 是反演结果, 3-2 是真模型。图 4-1, 4-2, 5-1, 5-2 分别给出了 $y = 32.5$ km 和 $y = 36.5$ km, $(x-z)$ 截面的真模型和反演成象情况。图 4-1, 5-1 是反演成象, 图 4-2, 5-2 是真模型。从图中可以看出扰动体的成象形态很接近真模型。图 6-1, 6-2, 6-3 给出了 $L = 0.5$, 点 $(34.5, 34.5, 2)$ 相对于 Z 等于 2、3、4km 时 $(x-y)$ 三个平面的分辨情况。图 6-1 的中心有一较高的峰值, 它表示在该

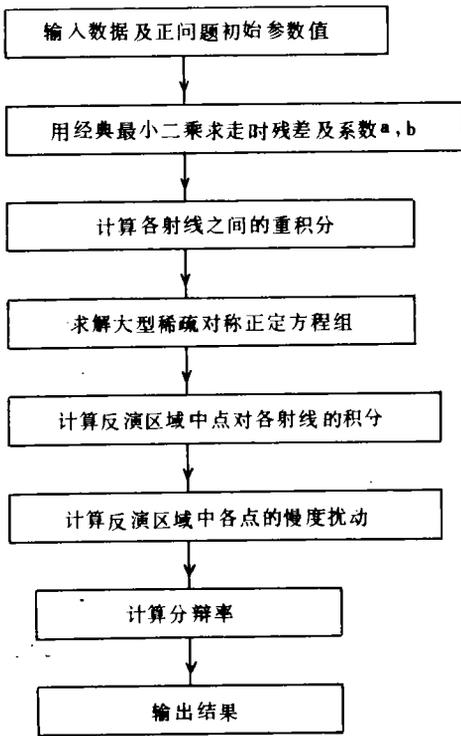


图1 程序流程图

起与滦南凹陷的过渡部位。地震区构造，有东西向的丰润—野鸡坨断裂①，北北东向的滦县—卢龙断裂②，北北西向的迁安—川林断裂③，与滦县—乐亭断裂④，及其夹持的断裂带。总体上构成近南北向的滦县断裂带⑤（见图7）。

我们对唐山滦县震区 88 个台站，共 4 炮的 Pg 波资料进行了反演，炮检距在约 20~60km，观测系统见图 8，在 4 个方位的小实心方块表示炮点位置，中部空心方块区为 11×8 个台站位置，反演区在台站下方 40×30km² 的区域。4 炮的实测 Pg 走时经过正演处理后获得各点的走时残差绝对值 Δt 均小于 0.4 秒。取 $\sigma_n=0.1s/km$ ， $\sigma_t=0.1$ 秒， $L=1.8$ ，图 9-1，9-2 分别为 $z=1.5km$ ， $z=2.5km$ 时 $(x-y)$ 平面的成象情况。

从这两张层析成象图中看出，该区地震波速的块体（或带状）形态较为清晰，而线性特征不十分明显。总体上，区内呈现出几条深色的地震波高速异常带和一些浅色的低速异常块或带。这些速度异常带的形态与图 9 的构造带走向有一定的对应关系。

平面的中心点 (34.5, 34.5, 2) 附近，分辨率存在很强的自相关，而在该平面的其余地方几乎是平的。从图 6-2，6-3 可以看出随着远离分辨率点所在的平面，中心区的峰值较快的减小，结果表明分辨率在各方向都是较高的。与周围区域和各平面的相关性较小，有较强的独立性。

从这个数值实例看出，反演结果是较理想的，反演解在各个平面和截面与真模型都有清晰的对比效果，分辨率的计算表明反演解有较高的置信度。

5 唐山滦县震区上地壳速度结构的层析成象

为了说明上述方法和程序的实际应用，我们处理了国家地震局地球物理勘探大队于 1988 年在唐山滦县震区布设的三维观测系统所记录的人工地震 Pg 波资料。

滦县地震区位于燕山南麓，处于滦县凸

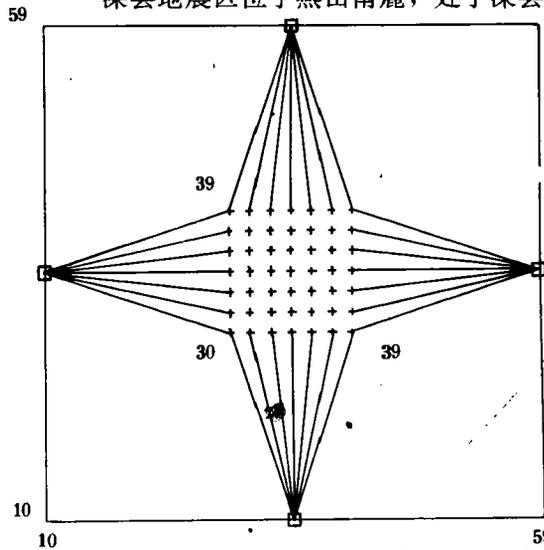


图2 用于数值模拟的观测系统，由49个台站，4个炮点组成，小十字表示的是台站位置，空心方块表示的是炮点位置

从这两张层析成象图中看出，该区地震波速的块体（或带状）形态较为清晰，而线性特征不十分明显。总体上，区内呈现出几条深色的地震波高速异常带和一些浅色的低速异常块或带。这些速度异常带的形态与图 9 的构造带走向有一定的对应关系。

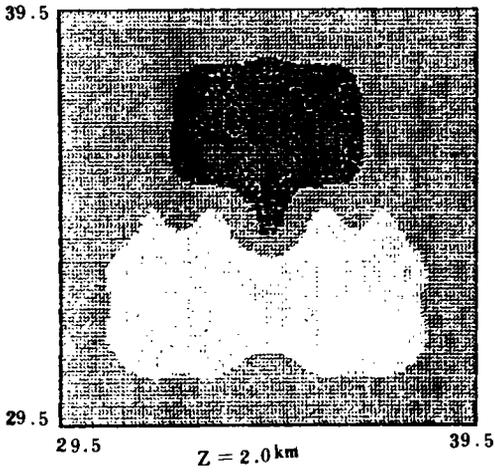


图 3-1 在 $z=2.0\text{ km}$ 深度 $(x-y)$ 平面的反演解

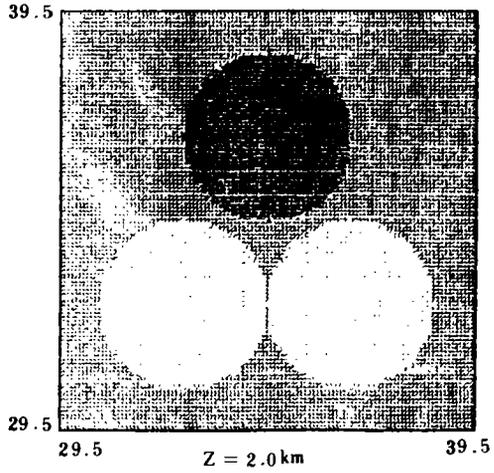


图 3-2 在 $z=2.0\text{ km}$ 深度 $(x-y)$ 平面的真模型

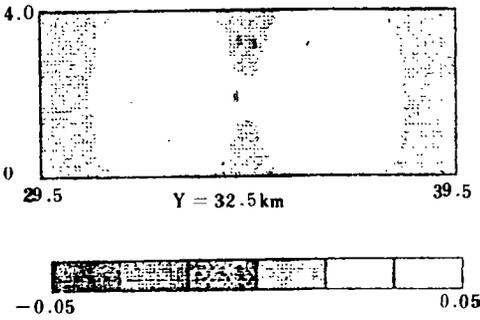


图 4-1 在 $y=32.5\text{ km}$ 处 $(x-z)$ 截面的反演解

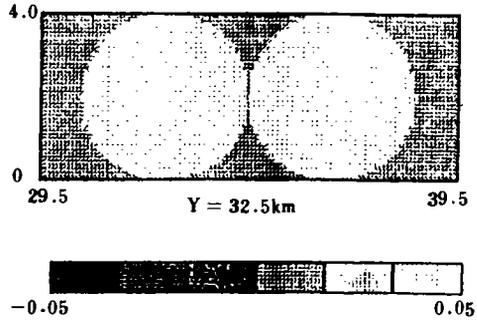


图 4-2 在 $y=32.5\text{ km}$ 处 $(x-z)$ [BFQ] 截面的真模型

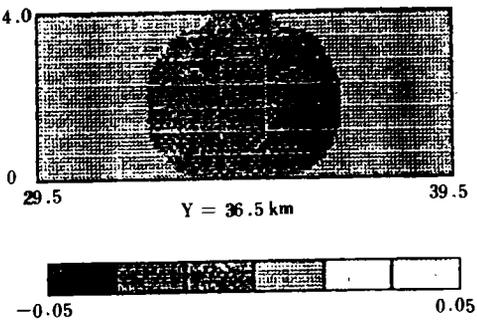


图 5-1 在 $y=36.5\text{ km}$ 处 $(x-z)$ 截面的反演解

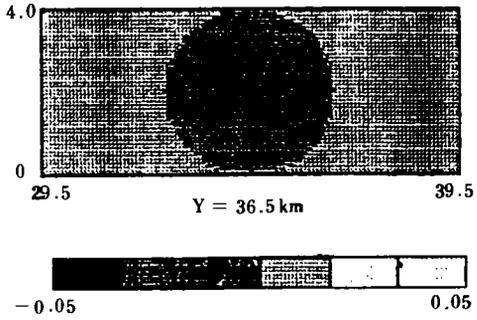


图 5-2 在 $y=36.5\text{ km}$ 处 $(x-z)$ 截面的真模型

图7 迁安—川林断裂③与滦县—乐亭断裂④之间为一条断裂破碎带，1976年滦县

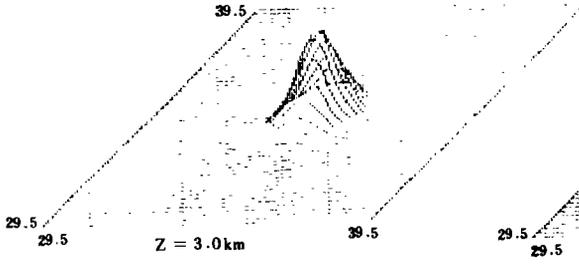


图6-1 点(34.5,34.5,2)相对于 z=2.0km 处(x-y)平面的分辨率

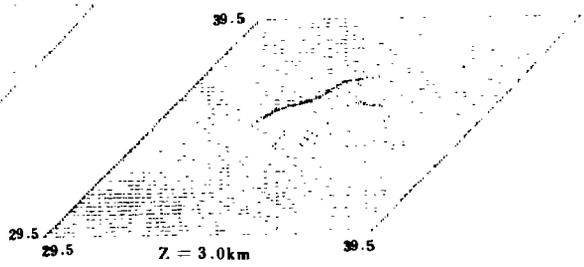


图6-2 点(34.5,34.5,2)相对于 z=3.0km 处(x-y)平面的分辨率

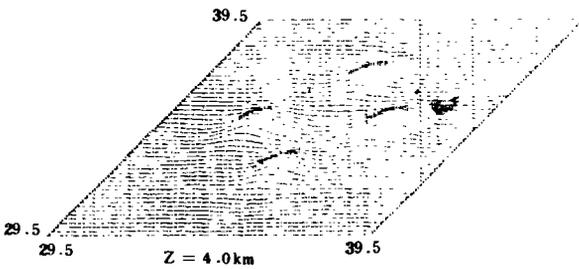


图6-3 点(34.5,34.5,2)相对于 z=4.0km 处 (x-y)平面的分辨率

(x-y)平面的分辨情况(图10)。图中心的峰值表明这一点对自身邻近区域的相关性很强,较远的周围地区则是较平缓的。可见,反演解是有一定可靠性的。

由于实际资料的信息不足和射线分布不太均匀,加之我们去掉了一些离群点,使得只能通过增大L的取值来保证反演解的稳定性。因此其反演结果线性特征不十分明显,只能给出经过L相关平滑后的总体特征。可以解释为对构造带③,④,⑤在成像图中总体特征为一近南北向的高速异常条带。

6 讨论

从数值计算和实际资料的结果表明选择适当的正问题模型,利用上述正、反演方法及相应程序,可以由Pg回折波走时获得区域三维速度分布。这种方法对合理的三维观测

的7.1级地震,1562年—1945年的五次5.0~6.25级地震,均发生在此带上,从而形成滦县地震带⑤。这一地震带在两张成像图中清晰表明为速度异常带,其形态与构造走向有较好的吻合,为一近南北向的条带。其余几条构造带在成像图中也表现为速度异常带,分布形式也有大致对应关系。

另外,给出L=1.8,反演面中心点(645.0,405.0,1)相对于z=1km

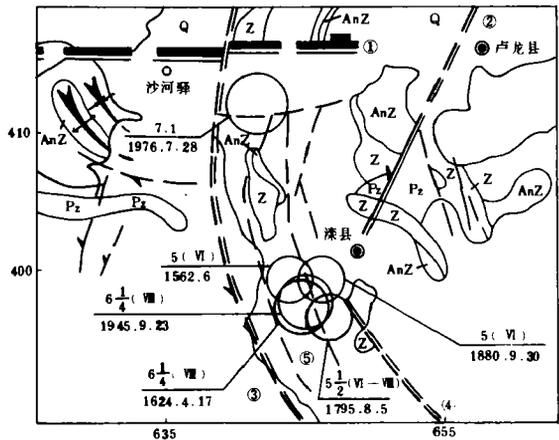


图7 滦县地区构造与震中分布图

系统和分布均匀的射线, 可以得到较精确的反演解。

本文涉及的反问题, 本质上是欠定的, 但由于引进了平滑因子 L , 使得反演解比较稳定和合理。因此 L 的取值是一个关键。取值太大, 使得残差均分在全空间, 这样的解缺乏分辨率是没有意义的。取值太小, 则由于信息不足使得解不稳定。 L 的取值, 与观测系统、射线数及射线展布形式等因素有关, 在考虑获得稳定解的情况下应尽量提高解的分辨率。文中给出的数值模拟 L 取值为 0.5km, 实测资料处理中 L 取值为 1.8km。

这里的反演是利用广义最小二乘原理, 方法的不足之处是缺乏健全性, 即对个别较大偏差的离群点引起的误差是敏感的。

在实测资料处理时略去了个别离群点, 使得残差的绝对值不大于 0.4 秒。

计算时间大量花费在对两个积分的计算上。在计算时, 积分不必要对整条射线进行, 只需取对反演区贡献大的部分。

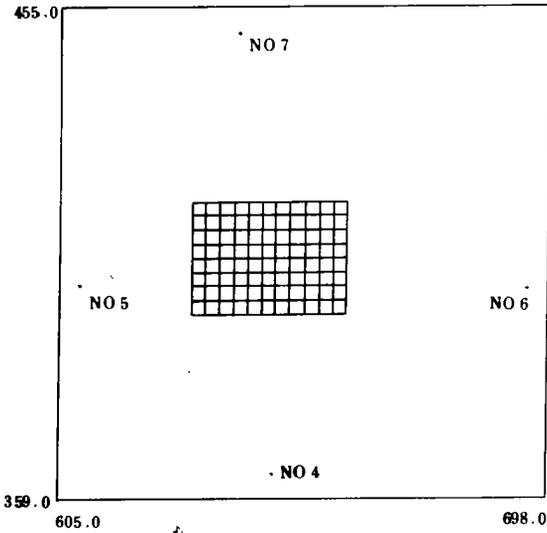


图 8 深县震区实测 Pg 观测系统图

由 88 个台站, 4 个炮点组成 4 个小实心方块是炮点位置, 中间空心方块区是台站位置

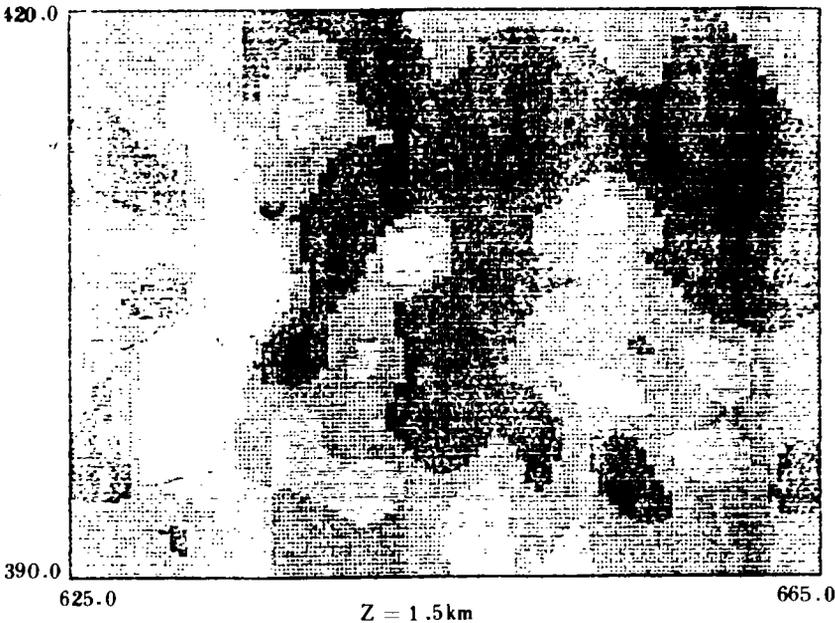


图 9-1: 在 $z=1.5\text{km}$ 深度 $(x-y)$ 平面的反演结果

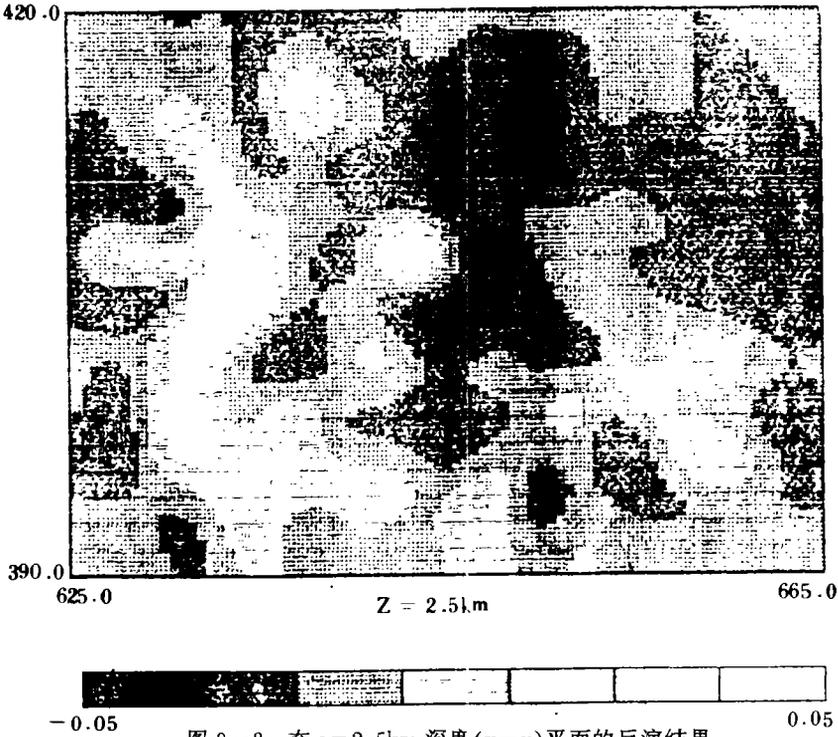


图 9-2: 在 $z=2.5\text{km}$ 深度 $(x-y)$ 平面的反演结果

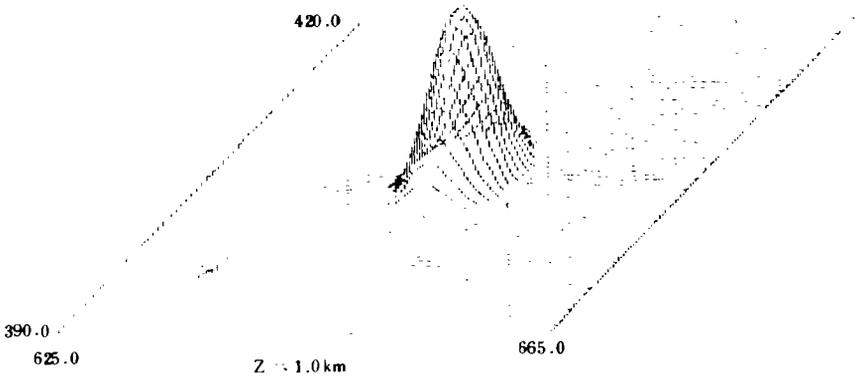


图 10 点 $(645, 405, 1)$ 相对于 $z=1.0\text{km}$ 深度 $(x-y)$ 平面的分辨率

(1995年8月22日收到初稿)

参 考 文 献

- 1 A. Tarantola and B. valette, Generalized nonlinear inverse problems solved using the least-square criterion, Reviews of Geophysics and space physics, 20. No. 2, 219-232, 1982.
- 2 A. Tarantola and A. Nercession, Three-dimensional inversion without blocks, Geophys. J. R. astr. soc, 76, 299-306, 1984.
- 3 A. Nercession, A. Hirn and A. Tarantola, Three-dimensional seismic transmission prospecting of the Mont Dore Volcano, France, Geophys. J. R. astr. soc, 76, 307-315, 1984
- 4 艾伯特·塔兰托拉, 反演理论—数据拟合和模型参数估算方法, 张先康等译, 北京: 学术书刊出版社, 1989.
- 5 长春地质学院, 成都地质学院, 武汉地质学院合编 地震勘探原理和方法. 北京: 地震出版社, 1980.

3-D Tomographic Determination of Uppermost Crust Using Pg Diving Wave

Lai XiaoLing Zhang Xiankang Yang Yuchun Yang Jian

(Research Center Of Exploration Geophysics, SSB, Zhengzhou 450003)

Abstract

In this paper a method, reconstructing three dimensional local velocity distribution of uppermost crust using Pg diving wave generated by explosions, is proposed. The forward problem is calculated using least-square iteration technique to obtain model parameters with vertical velocity gradient and travel-time residuals. The inverse problem is solved based on Least-squares criteria in functional space. It is not necessary to parameterize velocity model ahead in our method. The velocity at any point in model space can be estimated. In this paper the observed Pg data in Luanxian seismic region have been treated and the 3-D velocity distribution of the uppermost crust in this region has also been reconstructed.

Subject words: 3-D velocity tomography using Pg diving wave; Travel-time residuals; Inversion in functional space.