

梁耀哲, 褚少辉, 赵存宝, 等. 变截面梁在移动荷载作用下的动力响应[J]. 华北地震科学, 2016, 34(2): 57-62.

# 变截面梁在移动荷载作用下的动力响应

梁耀哲<sup>1</sup>, 褚少辉<sup>2</sup>, 赵存宝<sup>3</sup>, 张 涛<sup>2</sup>, 张艳玲<sup>2</sup>

(1. 河北省建筑科学研究院, 石家庄 050021; 2. 河北建研科技有限公司, 石家庄 050021;  
3. 石家庄铁道大学, 石家庄 050043)

**摘要:**变截面梁具有等强度、质量分布优化等优异的力学性能, 广泛应用于桥梁工程中。按照2种边界条件(两端固支、一端简支一端弹性支撑), 分别给出系统的控制方程, 研究变截面梁承受移动荷载时的动力响应, 并采用有限差分法对得到的精确理论解进行验证, 分析相关参数。结果显示, 两者吻合良好。

**关键词:**耦合振动; 移动荷载; 变截面桥梁

**中图分类号:** P315.921; TU311.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-1375(2016)02-0057-06  
**doi:** 10.3969/j.issn.1003-1375.2016.02.010

## 0 引言

近些年来, 随着人类社会的飞速发展和科学技术的不断进步, 交通运输系统在规模和技术上都有了很大的提高。在各种交通系统(铁路、公路、地下铁道等)中, 车辆运行速度不断加快, 车流密度日益增加, 车辆载重也逐渐加大。在这种情况下, 车辆与桥梁的动力相互作用问题越来越受到人们的重视<sup>[1-3]</sup>。对车辆—桥梁动力相互作用系统进行综合研究, 以便对桥梁的动力性能和桥梁上运行的车辆的走行性做出动力分析和评估, 确定它们在各种状态下的使用可靠性, 是合理进行铁路等工程设计的实际需要, 对于承受移动荷载的交通土木工程结构物的设计和建造具有十分重要的理论和实际意义。

目前, 国内外有大量等截面梁的研究与分析<sup>[4-5]</sup>, 而对于变截面梁, 国内外只有少量的数值模拟分析, 理论解很少见。文献仅对两边简支梁在移动荷载作用下的响应进行了理论分析, 其他边界条件尚需进一步研究。本文讨论了2种边界条件(两端固支、一端简支一端弹性支撑), 车辆经过变截面梁时的动力响应, 并采用有限差分法进行了验证, 在此基础上, 又进行了一系列的参数分析, 讨论了非均匀系数 $\delta$ 、车辆行驶速度 $c$ 等参数变化对系统动力响应的影响。

## 2 振动方程求解

现有一矩形变宽度截面梁, 高度不变, 宽度按照指数形式变化, 即  $b(x) = b_0 e^{\delta x}$ 。其中:  $b_0$  为初始宽度,  $\delta$  为非均匀系数, 梁横截面的高为常数  $h$ , 长度为  $L$ , 各截面的形心连成为一条直线, 将  $x$  轴设在这条直线上。现有一车辆匀速驶过该桥, 利用文献[6]中相关推导, 得到其模态函数

$$\phi(x) = e^{-\frac{\delta}{2}x} (c_1 \sin \lambda_1 x + c_2 \cos \lambda_1 x + c_3 \sinh \lambda_2 x + c_4 \cosh \lambda_2 x), \quad (1)$$

其中:

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{4\Omega - \delta^2}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\sqrt{4\Omega + \delta^2}}{2},$$

常数  $c_1, c_2, c_3, c_4$  由系统的边界条件确定。

该公式适合宽度按指数变化的等高度变截面均匀梁, 集中力的形式可以多样。只要集中力只随时间变化且可以积分, 边界条件就可以多样。下面将探讨两种边界条件(两端固支、一端简支一端弹性支撑)下桥梁的弯曲振动响应。

## 3 两端固支梁弯曲振动响应

### 3.1 理论解

两端固支梁的边界条件为: 固定端处梁的挠度  $v$  和转角  $\partial v / \partial x$  均等于零。即

收稿日期: 2015-11-17

基金项目: 河北省高等学校科学技术研究项目“垮塌深水大跨桥梁交通应急浮桥抢修技术研究”(ZD2015081)

作者简介: 梁耀哲(1976—), 男, 高级工程师, 主要从事勘察、地基处理与基坑支护等岩土工作. E-mail: 12533960@qq.com

$$\phi(0)=0, \phi'(0)=0, \phi(1)=0, \phi'(1)=0$$

代入式(1), 得到关于  $c_1, c_2, c_3, c_4$  的一个四元一次线性方程组:

$$c_2 + c_4 = 0, \quad (2)$$

$$e^{-1/2\delta} (c_1 \sin(\lambda_1) + c_2 \cos(\lambda_1) + c_3 \sinh(\lambda_2) + c_4 \cosh(\lambda_2)) = 0, \quad (3)$$

$$-1/2\delta c_2 - 1/2\delta c_4 + c_1 \lambda_1 + c_3 \lambda_2 = 0, \quad (4)$$

$$-1/2e^{-1/2\delta} \begin{bmatrix} \delta c_1 \sin(\lambda_1) + \delta c_2 \cos(\lambda_1) + \\ \delta c_3 \sinh(\lambda_2) + \delta c_4 \cosh(\lambda_2) - \\ 2c_1 \cos(\lambda_1) \lambda_1 + 2c_2 \sin(\lambda_1) \lambda_1 - \\ 2c_3 \cosh(\lambda_2) \lambda_2 - 2c_4 \sinh(\lambda_2) \lambda_2 \end{bmatrix} = 0. \quad (5)$$

以上方程组有非零解的充要条件是系数矩阵  $A$  的行列式:  $|A|=0$ , 此时方程组有无穷多解。为方便起见, 可取其一组解。

$$c_1 = 1,$$

$$c_2 = -\frac{\sin(\lambda_1) \lambda_2 + \lambda_1 \sinh(\lambda_2)}{\lambda_2 (\cos(\lambda_1) - \cosh(\lambda_2))},$$

$$c_3 = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2},$$

$$c_4 = \frac{\sin(\lambda_1) \lambda_2 + \lambda_1 \sinh(\lambda_2)}{\lambda_2 (\cos(\lambda_1) - \cosh(\lambda_2))}.$$

将  $c_1, c_2, c_3, c_4$  代入式(1)即可得到模态函数, 进而求得系统响应方程:

$$v(x, t) = e^{-\frac{\delta}{2}x} (c_1 \sin \lambda_1 x + c_2 \cos \lambda_1 x + c_3 \sinh \lambda_2 x + c_4 \cosh \lambda_2 x) \cdot q(t) = e^{-\frac{\delta}{2}x} (c_1 \sin \lambda_1 x + c_2 \cos \lambda_1 x + c_3 \sinh \lambda_2 x + c_4 \cosh \lambda_2 x). \quad (6)$$

$$\frac{F}{\omega m_0 M} (R1 \sin \omega t + R2 \cos \omega t)$$

### 3.2 算例

某固定梁长为  $l=20$  m, 高度为  $0.5$  m, 始端截面宽度  $b_0=2$  m, 宽度按照指数形式变化  $b(x)=b_0 e^{\delta x}$ ,  $\delta=0.1$ , 弹性模量  $E=100$  MPa, 密度  $\rho=2.5 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>。车匀速驶过, 速度  $c=4$  m/s, 忽略车辆的惯性, 看作是集中力  $F=\frac{\rho g b_0 H l}{100}=4900$  N, 两端固支。利用式(6)做出跨中挠度时程曲线(时间归一化)(图1)。

由图1可以看出, 车速  $v=4$  m/s 时, 变截面梁在车通过桥面过程中, 跨中挠度先增大后减小, 在梁的  $0.6l$  处挠度最大, 然后逐渐减小, 在  $0.89l$  处减小到零, 然后向反方向逐渐增大。从曲线趋势可以看出, 反向最大值出现在车离开桥面后。

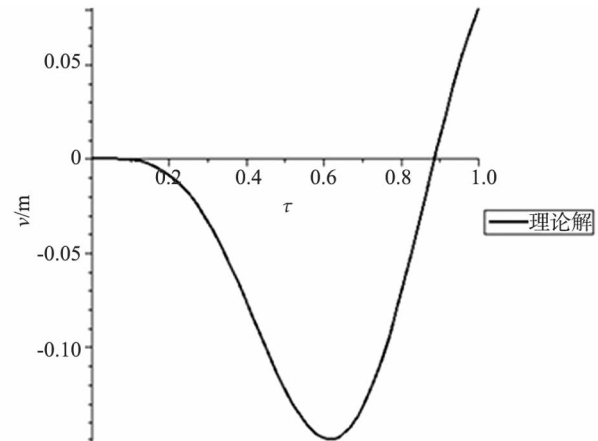


图1  $c=4$  m/s,  $\delta=0.1$  两端固支梁跨中挠度时程曲线(理论解)

### 3.3 有限差分法数值验证

根据文献[2], 系统的振动方程如下所示

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2\delta \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} + \delta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\rho_0 A_0 L^4}{E_0 I_0} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{F(t) L^3}{e^{\delta x} E_0 I_0} \delta (x - \frac{tc}{L}).$$

为便于比较, 将上式化为  $x$  和  $\tau$  的函数, 以下为 Maple 中的结果:

$$\delta^2 e^{\delta x} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, \tau) + 2\delta e^{\delta x} \frac{\partial^3}{\partial x^3} u(x, \tau) + e^{\delta x} \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x, \tau) + 12 \frac{e^{\delta x} \rho L^2 c^2}{E h^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u(x, \tau) = 12 \frac{F L^3 \text{Dirac}(x - \tau)}{E b_0 h^3}, \quad (7)$$

式中的  $\text{Dirac}(x - \tau)$  即为  $\delta(x - tc/L)$ 。将已知条件代入以上方程, 已知条件为:

$$F = \frac{1}{100} \rho b_0 h L g, L = 20 \text{ m}, c = 4 \text{ m/s}, \delta = 0.1,$$

$$E = 10^8 \text{ Pa},$$

$$\rho = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, h = 0.5 \text{ m}, b_0 = 2 \text{ m}.$$

于是, 式(7)为

$$0.01 e^{0.1x} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, \tau) + 0.2 e^{0.1x} \frac{\partial^3}{\partial x^3} u(x, \tau) + e^{0.1x} \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x, \tau) + 7.680 e^{0.1x} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} u(x, \tau) = 18.816 \text{Dirac}(x - \tau). \quad (8)$$

初始条件写为如下形式:

$$u(x, 0) = 0, \dot{u}(x, 0) = 0, u(0, t) = 0,$$

$$u'(0, t) = 0, u(1, t) = 0, u'(1, t) = 0.$$

有限差分法根据所取项数的不同, 其结果的精

确程度会有差别。经调试,可以取前 70 项,同样做出跨中挠度时程曲线(图 2)。

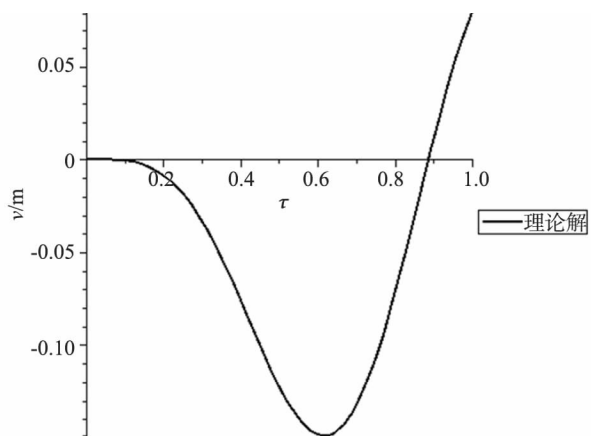


图 2  $c=4$  m/s、 $\delta=0.1$  跨中挠度时程曲线理论解与有限差分对比

由图 2 可以看出,理论解与有限差分几乎重合,两者计算结果一致。

### 3.4 参数分析

由上文分析可知,本文推导理论解释是可靠的,现利用理论解分析梁的非均匀系数和车速变化对时程曲线的影响。

1) 速度  $c$  不变,非均匀系数  $\delta$  变化的情况(图 3)。

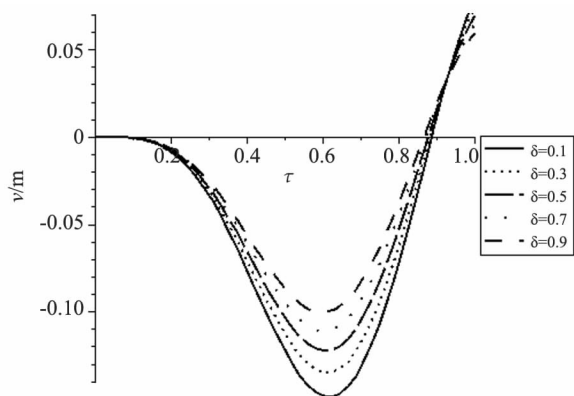


图 3  $c=4$  m/s 对应不同  $\delta$  的跨中挠度时程曲线

由图 3 可知,随着非均匀系数  $\delta$  的增大,时程曲线走势一致,跨中挠度最大值逐渐减小。

2) 非均匀系数  $\delta$  不变,速度  $c$  变化的情况(图 4)。

增大匀速移动的速度,车辆在桥面行驶过程中,跨中挠度最大值先增大后减小,最大值出现的时间节点也有所变化,当速度  $c < 3$  m/s 时,最大值均出现在车辆行驶在中点位置时;当速度  $c > 3$  m/s 后,

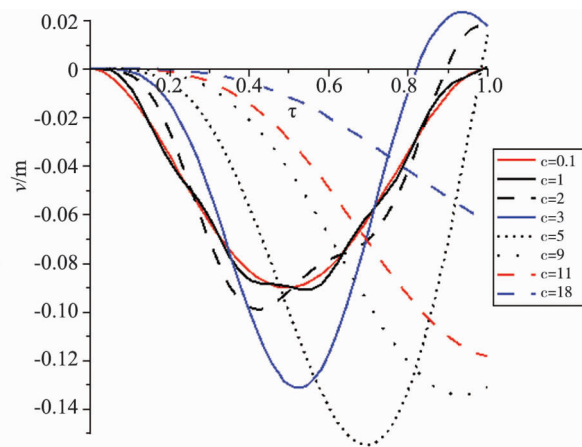


图 4  $\delta=0.1$  对应不同速度  $c$  跨中挠度时程曲线

最大值出现的时间逐渐后延;当速度  $c > 11$  m/s 时,最大值出现在车辆离开桥面后;当  $2$  m/s  $< c < 5$  m/s 时,车辆经过桥面过程中出现了反向位移。

## 4 一端简支、一端弹性支承梁弯曲振动响应

### 4.1 模型简化及理论解

将弹性支承简化为一压杆,杆端与梁端铰支,只限制梁端的竖向位移,而不影响其转角位移。引入相对弹性刚度  $k$ ,计算如下:

$$F = \sigma A = E \epsilon A = EA \frac{\Delta l}{L} = \frac{EA}{L} \Delta l,$$

$$\text{则 } k = \frac{EA}{L} = \frac{1.0 \times 10^8 \times 2 \times 2}{4} = 1.0 \times 10^8 \text{ N/m}.$$

一端简支、一端弹性支承的边界条件为:设梁的末端为弹性支承,弯矩  $M$  等于零,剪力与支座反力相等,简支端处梁的挠度  $v$  和弯矩均等于零。

$$\text{将 } \phi(0) = 0, \phi''(0) = 0, \phi''(1) = 0, EI(1) \phi'''(1) = k \phi(1)$$

代入式(1),得到关于  $c_1, c_2, c_3, c_4$  的一个四元一次线性方程组:

$$c_2 + c_4 = 0, \quad (9)$$

$$\left( \begin{aligned} & \delta^3 c_1 \sin(\lambda_1) + \delta^3 c_2 \cos(\lambda_1) + \delta^3 c_3 \sinh(\lambda_2) + \\ & \delta^3 c_4 \cosh(\lambda_2) - 6\delta^2 c_1 \cos(\lambda_1) \lambda_1 + 6\delta^2 c_2 \sin(\lambda_1) \lambda_1 - \\ & 6\delta^2 c_3 \cosh(\lambda_2) \lambda_2 - 6\delta^2 c_4 \sinh(\lambda_2) \lambda_2 - \\ & 12\delta c_1 \sin(\lambda_1) \lambda_1^2 - 12\delta c_2 \cos(\lambda_1) \lambda_1^2 + \\ & 12\delta c_3 \sinh(\lambda_2) \lambda_2^2 + 12\delta c_4 \cosh(\lambda_2) \lambda_2^2 + \\ & 8c_1 \cos(\lambda_1) \lambda_1^3 - 8c_2 \sin(\lambda_1) \lambda_1^3 - 8c_3 \cosh(\lambda_2) \lambda_2^3 - \\ & 8c_4 \sinh(\lambda_2) \lambda_2^3 + 8k_2 c_1 \sin(\lambda_1) + 8k_2 c_2 \cos(\lambda_1) + \\ & 8k_2 c_3 \sinh(\lambda_2) + 8k_2 c_4 \cosh(\lambda_2) \end{aligned} \right) = 0, \quad (10)$$

$$1/4\delta^2 c_2 + 1/4\delta^2 c_4 - \delta c_1 \lambda_2 - \delta c_3 \lambda_2 - c_2 \lambda_1^2 + c_4 \lambda_2^2 = 0, \quad (11)$$

$$1/4e^{-\frac{1}{2}\delta} \begin{pmatrix} \delta^2 c_1 \sin(\lambda_1) + \delta^2 c_2 \cos(\lambda_1) + \\ \delta^2 c_3 \sinh(\lambda_2) + \delta^2 c_4 \cosh(\lambda_2) - \\ 4\delta c_1 \cos(\lambda_1) \lambda_1 + 4\delta c_2 \sin(\lambda_1) \lambda_1 - \\ 4\delta c_3 \cosh(\lambda_2) \lambda_2 - 4\delta c_4 \sinh(\lambda_2) \lambda_2 - \\ 4c_1 \sin(\lambda_1) \lambda_1^2 - 4c_2 \cos(\lambda_1) \lambda_1^2 + \\ 4c_3 \sinh(\lambda_2) \lambda_2^2 + 4c_4 \cosh(\lambda_2) \lambda_2^2 \end{pmatrix} = 0, \quad (12)$$

求解得:

$$c_1 = 1,$$

$$c_2 = \frac{\begin{pmatrix} 347.44 \sinh(\lambda_2) \lambda_1 - 8 \cosh(\lambda_2) \lambda_2^3 \lambda_1 + \\ 6\delta^2 \cos(\lambda_1) \lambda_1 \lambda_2 + 12\delta \sin(\lambda_1) \lambda_1^2 \lambda_2 - \\ -\delta \left[ 8 \cos(\lambda_1) \lambda_1^3 \lambda_2 - 347.44 \sin(\lambda_1) \lambda_2 - \right. \\ \left. 6\delta^2 \cosh(\lambda_2) \lambda_2 \lambda_1 + 12\delta \sinh(\lambda_2) \lambda_2^2 \lambda_1 - \right. \\ \left. \delta^3 \sin(\lambda_1) \lambda_2 + \delta^3 \sinh(\lambda_2) \lambda_1 \right] \\ \left. - 6\delta^3 \sin(\lambda_1) \lambda_1 \lambda_2 + 12\delta^2 \cos(\lambda_1) \lambda_1^2 \lambda_2 + \right. \\ \left. 8 \sin(\lambda_1) \lambda_1^3 \delta \lambda_2 - 347.44 \cos(\lambda_1) \delta \lambda_2 + \right. \\ \left. 347.44 \delta \cosh(\lambda_2) \lambda_2 - 12\delta^2 \cosh(\lambda_2) \lambda_2 \omega + \right. \\ \left. 24\delta \sinh(\lambda_2) \lambda_2^2 \omega - \delta^4 \cos(\lambda_1) \lambda_2 + \right. \\ \left. \delta^4 \cosh(\lambda_2) \lambda_2 - 6\delta^3 \sinh(\lambda_2) \lambda_2^2 + \right. \\ \left. 12\delta^2 \cosh(\lambda_2) \lambda_2^3 - 8 \sinh(\lambda_2) \lambda_2^4 \delta + \right. \\ \left. 2\delta^3 \sinh(\lambda_2) \omega - 16 \cosh(\lambda_2) \lambda_2^3 \omega + \right. \\ \left. 694.88 \sinh(\lambda_2) \omega \right\}}{\quad},$$

$$c_3 = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - 2 \frac{c_2 \omega}{\delta \lambda_2},$$

$$c_4 = -c_2.$$

将  $c_1, c_2, c_3, c_4$  代入式(1),即可得到模态函数。

已经求得  $\phi(x)$ ,与前文推导一致,求出系统响应方程:

$$\nu(x, t) = e^{-\frac{\delta}{2}x} (c_1 \sin \lambda_1 x + c_2 \cos \lambda_1 x + c_3 \sinh \lambda_2 x + c_4 \cosh \lambda_2 x) \cdot q(t) = e^{-\frac{\delta}{2}x} (c_1 \sin \lambda_1 x + c_2 \cos \lambda_1 x + c_3 \sinh \lambda_2 x + c_4 \cosh \lambda_2 x) \frac{F}{\omega m_0 M} (R1 \sin \omega t + R2 \cos \omega t). \quad (13)$$

#### 4.2 算例

与 3.1 节相同算例,边界条件改为一端简支、一端弹性支撑,做出跨中挠度时程曲线(时间归一化)(图 5)。

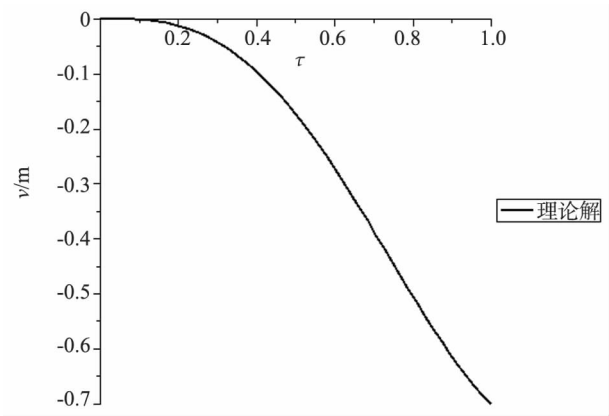


图 5  $c=4$  m/s,  $\delta=0.1$  两端简支梁跨中挠度时程曲线(理论解)

由图 5 可以看出,车速  $c=4$  m/s 时,变截面梁在车通过桥面过程中,跨中挠度逐渐增大,最大值出现在车辆离开桥面后。

#### 4.3 有限差分法数值验证

控制方程与 3.3 节相同,初始条件写为如下形式

$$u(x, 0) = 0, \dot{u}(x, 0) = 0, u(0, t) = 0, u''(0, t) = 0, u''(1, t) = 0, u'''(1, t) = 43.43u(1, t)$$

理论解和有限差分解作出图形如下所示,横轴为无量纲量。

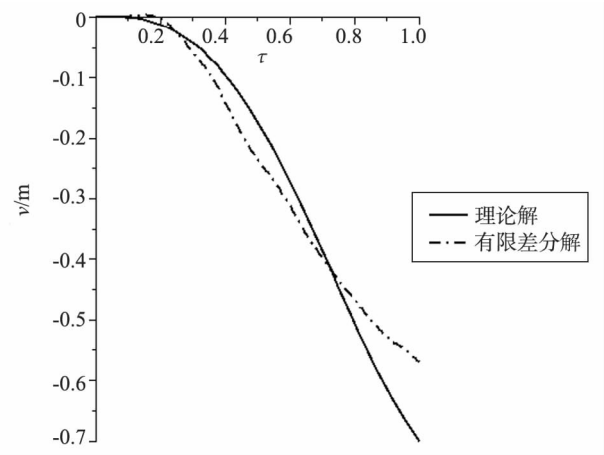


图 6  $c=4$  m/s,  $\delta=0.1$  跨中挠度时程曲线理论解与有限差分解对比

由图 6 可以看出,理论解与有限差分解在车辆离开桥面前大致相同,离开桥面后,理论值将会偏大。因此,该理论解只适用于车辆离开桥面前的分析。

#### 4.4 参数分析

1)速度  $c$  不变,非均匀系数  $\delta$  变化的情况(图 7)。

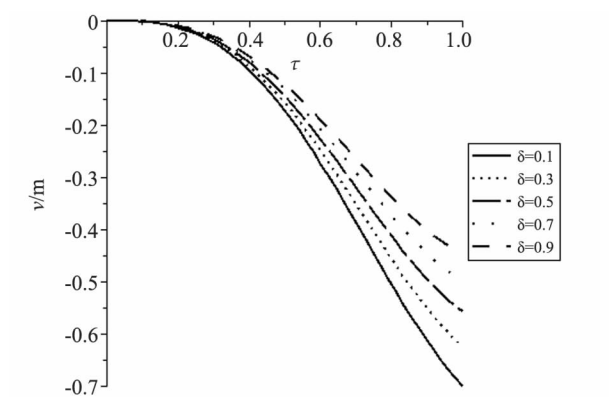


图7  $c=4$  m/s 对应不同  $\delta$  的跨中挠度时程曲线

由图7可知,随着非均匀系数  $\delta$  的增大,时程曲线走势一致,跨中挠度最大值逐渐减小。

2) 非均匀系数  $\delta$  不变,速度  $c$  变化的情况(图8)。

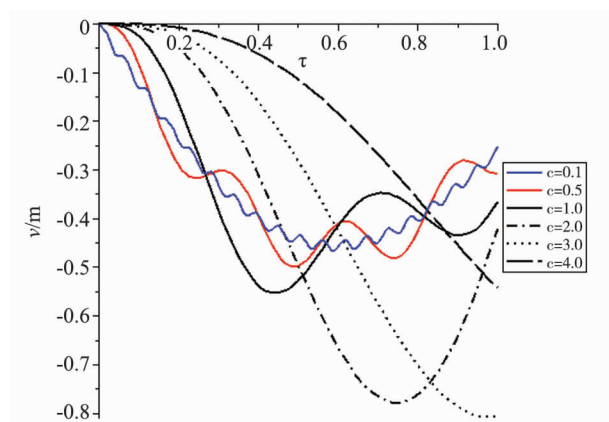


图8  $\delta=0.1$  对应不同速度  $c$  跨中挠度时程曲线

车辆在桥面行驶过程中,当速度  $c \leq 1$  m/s 时,跨中挠度出现了波浪式起伏变化,当速度  $c > 1$  m/s 时,时程曲线变得平滑,最大值随着速度的增大逐渐增

大,出现的时间节点也逐渐后延,当速度  $c > 3$  m/s 时,最大值出现在车辆离开桥面后。

## 5 结论

本文主要讨论了变截面梁的车桥耦合振动问题,在研究过程中,忽略了桥梁自身的质量,将移动车辆荷载简化为一个按时间变化的力,讨论了2种边界条件(两端固支、一端简支一端弹性支撑)变截面梁的动力响应。

1) 详细地给出了系统响应方程推导计算过程,得出了理论解,并用有限差分法进行数值验证,两者吻合良好,说明本文推导的理论解是可靠的。

2) 两端固支梁。车辆速度  $c$  保持不变,当非均匀系数  $\delta$  逐渐增大时,跨中挠度的最大值逐渐减小,但是最大挠度均出现在相同的时间节点;非均匀系数  $\delta$  保持不变,当车辆荷载行驶速度逐渐增大时,车辆在桥面行驶过程中,跨中挠度最大值先增大后减小,最大值出现的时间节点也有所变化。当速度  $c < 3$  m/s 时,最大值都是出现在车辆行驶在中点位置时;当速度大于  $c > 3$  m/s 后,最大值出现的时间逐渐后延;当速度  $c > 11$  m/s 时,最大值出现在车辆离开桥面后;当  $2$  m/s  $< c < 5$  m/s 时,车辆经过桥面过程中出现了反向位移。

3) 一端简支、一端弹性支撑梁。车辆速度  $c$  保持不变,随着非均匀系数  $\delta$  的增大,跨中挠度最大值逐渐减小,出现的时间节点也逐渐后延。非均匀系数  $\delta$  保持不变,车辆在桥面行驶过程中,当速度  $c \leq 1$  m/s 时,跨中挠度出现了波浪式起伏变化;当速度  $c > 1$  m/s 时,时程曲线变得平滑,最大值随着速度的增大逐渐增大,出现的时间节点也逐渐后延;当速度  $c > 3$  m/s 时,最大值出现在车辆离开桥面后。

## 参考文献:

- [1] 邓学钧, 孙璐. 车辆—地面结构系统动力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 1998.
- [2] 翟婉明. 车辆—轨道耦合动力学[M]. 3版. 北京: 科学出版社, 2007.
- [3] 郭欢, 孙武强, 于洋, 等. 钢筋混凝土圆筒仓仓壁结构的地震反应分析[J]. 华北地震科学, 2016, 34(1): 53-58.
- [4] 张钧博. 公路桥梁的车桥耦合振动研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2007.
- [5] 曹雪琴, 刘必胜, 吴鹏贤. 桥梁结构动力分析[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1987.
- [6] 张洁, 褚少辉. 移动荷载作用下桥梁动力响应分析[J]. 华北地震科学, 2015, 33(2): 1-5.

## Dynamic Response Analysis of Beams with Variable Cross-sections under Moving Loads

LIANG Yao-zhe<sup>1</sup>, CHU Shao-hui<sup>2</sup>, ZHAO Cun-bao<sup>3</sup>, ZHANG Tao<sup>2</sup>, ZHANG Yan-ling<sup>2</sup>

(1. Hebei Academy of Building Research, Shijiazhuang 050021, China;

2. Hebei Architecture Research Technology co. ltd, Shijiazhuang 050021, China;

3. Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

**Abstract:** Beams with variable cross-sections show excellent mechanical properties, such as equal intensity, the optimization of mass distribution, and it has been widely used in bridge engineering. In the study, control equations of system vibration according to two types of boundary conditions (both of the two ends of the beam are clamped, one end of the beam is simply supported and the other is elastically supported) were given to study the dynamic responses of beams with variable cross-sections under move loads. Furthermore, the comparatively precise theoretical solutions were verified by the finite difference method. The result shows that the solutions are well consistent with that of the finite difference method.

**Key words:** coupled vibration; moving loads; beam with variable cross-section

(上接第 18 页)

## Assessment of Seismic Population Vulnerability of Western Guanzhong

SONG Hai-long<sup>1,3</sup>, WAN Hong-lian<sup>1,3\*</sup>, ZHU Chan-chan<sup>1,3</sup>, ZHANG Mi<sup>1,3</sup>,

WANG Jing<sup>1,3</sup>, LIU Dong-yue<sup>2</sup>

(1. The Key Laboratory of Disaster Monitoring and Mechanism Simulation of Shaanxi Province, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji 721013, China; 2. School of Literature of Huzhou Teachers College, Huzhou 313000, China;

3. College of Geography and Environment, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji 721013, China)

**Abstract:** Take Baoji as an example, we select 11 main population indexes as the research objects to study seismic population vulnerability of western Guanzhong using the Analytic Hierarchy Process (AHP) method. The results show that the population is the main factor which has influence on the vulnerability of earthquake in Baoji region; the sensitivity degree of response to earthquake is determined by population structure; social economic development level of the region restricts the recovery ability from disasters in a certain degree; the spatial population vulnerability distribution has obvious difference. Vulnerability analysis and evaluation can provide effective quantitative basis for earthquake disasters prevention and mitigation activities of western Guanzhong.

**Key words:** Baoji; earthquake disasters; population vulnerability; Analytic Hierarchy Process (AHP); ArcGIS